

فصل دوم : مثلثات

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید

- ۱- دوره تناوب تابع $y = \sin 5x$ برابر $T = \frac{\pi}{5}$ است. (.....)
- ۲- بیشترین مقدار تابع $y = -2 \cos(2\pi x)$ برابر با یک است. (.....)
- ۳- دامنه تابع $y = \frac{1}{2} \tan x$ برابر R است. (.....)
- ۴- جواب های معادله $\cos x = 1$ و $\sin x = 0$ با هم برابر هستند. (.....)
- ۵- دوره تناوب $y = \tan(x)$ برابر 2π است. (.....)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید

- ۱- بیشترین مقدار تابع $y = 2 - \frac{1}{2} \sin(2x - 1)$ برابر با است.
- ۲- دوره تناوب $y = -1 + 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)$ برابر با است.
- ۳- اگر a جوابی برای معادله $\cos x = a$ باشد، آن گاه جواب های کلی این معادله و می باشند.
- ۴- اگر a جوابی برای معادله $\sin x = a$ باشد، آن گاه جواب های کلی این معادله و می باشند.

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید

- ۱- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم هریک از توابع زیر را مشخص کنید

الف) $y = 2 \sin(2x) - 2$

ب) $y = -\frac{1}{2} \cos(\pi x)$

پ) $y = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{2x}{2}\right) + 1$

ت) $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

ث) $y = -\sin(x) + 2$

ج) $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$

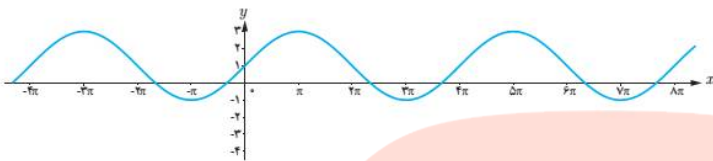
مای درس

گروه آموزشی عصر

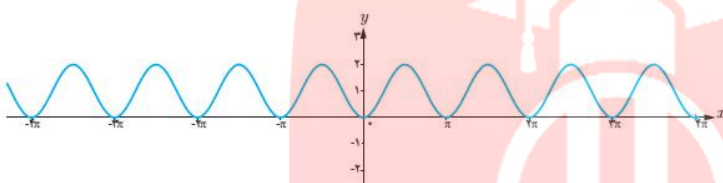
www.my-dars.ir

فصل دوم : مثلثات

۱- با توجه به شکل های زیر ، ضابطه تابعی به شکل $y = a \cos(bx) + c$ ، $y = a \sin(bx) + c$ بنویسید.



(الف)



(ب)

۲- ضابطه تابعی به شکل $y = a \cos(bx) + c$ ، $y = a \sin(bx) + c$ بنویسید که دوره تناوب و می نیمم و ماکزیمم آن برابر مقادیر زیر باشد:

(الف) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -2$, $max = 4$ (ب) $T = \pi$, $min = 1$, $max = 7$

(پ) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -1$, $max = 1$ (ت) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -8$, $max = -2$

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳- معادله های زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن ها را بنویسید.

(الف) $\sin x - \sqrt{3} = 0$

(ب) $\sin(3x) - \sqrt{2} = 0$

فصل دوم : مثلثات

پ) $\sin(x) \cos(x) = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu}$

ت) $\sin\left(\frac{\pi}{\nu}\right) = \sin x$

ث) $\nu \sin^{\nu} x - \sin x - \mu = 0$

ج) $\cos x (\nu \cos x - \alpha) = \delta$

چ) $\cos(\nu x) - \cos x + 1 = 0$

ح) $\cos(\nu x) - \sin x + 1 = 1$

خ) $\cos x = \cos(\nu x)$

گروه آموزشی عصر $\cos(\nu x) + \cos x = 0$

www.my-dars.ir

ذ) $\tan x - \tan \nu x = 0$

ر) $\tan \frac{x}{\nu} = \tan \nu x$

فصل دوم : مثلثات

۵- معادله های زیر را حل کنید و جواب های متعلق به بازه $[0, 2\pi]$ را بدست آورید.

الف) $\cos(2x) + 4 \sin^2 x = 2$

ب) $2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

فصل دوم : مثلثات

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید.

۱- (غ)

۲- (غ)

۳- (غ)

۴- (غ)

۵- (غ)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۱- $\frac{5}{2}$

۲- $\frac{2\pi}{3}$

۳- $x = 2k\pi \pm \alpha$

۴- $x = 2k\pi + \alpha$, $x = (2k + 1)\pi - \alpha$

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم هریک از توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y = 3 \sin(2x) - 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$, $max = |a| + c = 3 - 2 = 1$,

$min = -|a| + c = -3 - 2 = -5$

ب) $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$, $max = \frac{1}{4}$, $min = -\frac{1}{4}$

پ) $y = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{3x}{2}\right) + 1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$, $max = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$,

$min = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

ت) $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$, $max = 1$, $min = -1$

ث) $y = -\sin(x) + 4 \rightarrow T = 2\pi$, $max = 1 + 4 = 5$, $min = -1 + 4 = 3$

ج) $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, $max = 3 + 2 = 5$, $min = -3 + 2 = -1$

۲- با توجه به شکل های زیر، ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$ ، $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید.

الف) $T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$, $max = |a| + c = 3$, $min = -|a| + c = -1$
 $\rightarrow c = 1, a = 2 \rightarrow y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$

ب) $T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2$, $max = |a| + c = 2$, $min = -|a| + c = 0$
 $\rightarrow a = 1, c = 1 \rightarrow y = -\cos(2x) + 1$

۳- ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$ ، $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید که دوره تناوب و می نیمم و ماکزیمم آن برابر مقادیر زیر باشد:

الف) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -2$, $max = 4$
 $T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4$,, $max = |a| + c = 4$, $min = -|a| + c = -2$
 $\rightarrow a = 3, c = 1 \rightarrow y = 3\sin(4x) + 1$ یا $y = 3\cos(4x) + 1$

ب) $T = 6$, $min = 1$, $max = 7$
 $T = \frac{2\pi}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$,, $max = |a| + c = 7$, $min = -|a| + c = 1$
 $\rightarrow a = 3, c = 4 \rightarrow y = 3\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 4$ یا $y = 3\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 4$

پ) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -1$, $max = 1$
 $T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4$,, $max = |a| + c = 1$, $min = -|a| + c = -1$
 $\rightarrow a = 1, c = 0 \rightarrow y = \sin(4x)$ یا $y = \cos(4x)$

$$ت) T = \frac{\mu}{\nu}, \min = -\lambda, \max = -\nu$$

$$T = \frac{\nu\pi}{|b|} = \frac{\mu}{\nu} \rightarrow |b| = \frac{\nu\pi}{\mu} \quad ,, \quad \max = |a| + c = -\nu, \min = -|a| + c = -\lambda$$

$$\rightarrow a = \mu, c = -\omega \rightarrow y = \mu \sin\left(\frac{\nu\pi}{\mu}x\right) - \omega \quad \text{یا} \quad y = \mu \cos\left(\frac{\nu\pi}{\mu}x\right) - \omega$$

۱۴- معادله های زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن ها را بنویسید.

$$الف) \nu \sin x - \sqrt{\mu} = 0$$

$$\rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu} \rightarrow x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$, x_2 = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\nu} = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu} - \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$ب) \nu \sin(\mu x) - \sqrt{\nu} = 0$$

$$\rightarrow \sin(\mu x) = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow 1) \mu x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu} \rightarrow x_1 = \frac{\nu k\pi}{\mu} + \frac{\pi}{\mu\nu}, k \in Z$$

$$\nu) \mu x = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\nu} = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu} - \frac{\pi}{\nu} \rightarrow x_2 = \frac{\nu k\pi}{\mu} + \frac{\pi}{\mu\nu}, k \in Z$$

$$پ) \nu \times \sin(x) \cos(x) = \nu \times \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow \sin(\nu x) = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow$$

$$1) \nu x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu} \rightarrow x_1 = k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$\nu) \nu x = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\nu} = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu} - \frac{\pi}{\nu} \rightarrow x_2 = k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$ت) \sin\left(\frac{\pi}{\nu}\right) = \sin x$$

$$x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$x_2 = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\nu} = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in Z$$

$$ث) \nu \sin^{\nu} x - \sin x - \mu = 0 \rightarrow \nu A^{\nu} - A - \mu = 0$$

$$\Delta = (-1)^{\nu} - 4(\nu)(-\mu) = \nu\omega \rightarrow A = \frac{1 \pm \omega}{\nu} \rightarrow \begin{aligned} A_1 = \sin x = \frac{\omega}{\nu} = \frac{\mu}{\nu} & \text{ قابل قبول نیست} \\ A_2 = \sin x = -\frac{\omega}{\nu} = -1 & \text{ قابل قبول است} \end{aligned}$$

$$x_1 = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

$$x_\nu = (\nu k + 1)\pi - \frac{\nu\pi}{\nu} = \nu k\pi - \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

ج) $\cos x (\nu \cos x - a) = \delta$

$$\nu \cos^\nu(x) - a \cos x - \delta = 0 \rightarrow \nu A^\nu - aA - \delta = 0$$

$$\Delta = (-a)^\nu - \nu(\nu)(-\delta) = \nu\delta \rightarrow A = \frac{a \pm \sqrt{\Delta}}{\nu} \rightarrow \begin{matrix} A_1 = \cos x = \frac{\nu_0}{\nu} = \delta \text{ قابل قبول نیست} \\ A_\nu = \cos x = -\frac{1}{\nu} = -\frac{1}{\nu} \text{ قابل قبول است} \end{matrix}$$

$$x = \nu k\pi \pm \frac{\nu\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

ج) $\cos(\nu x) - \cos x + 1 = 0$

$$\nu \cos^\nu(x) - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \nu \cos^\nu(x) - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (\nu \cos x - 1) = 0$$

$$1) \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in Z$$

$$2) \nu \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{\nu} \rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

ج) $\cos(\nu x) - \sin x + 1 = 1$

$$1 - \nu \sin^\nu(x) - \sin x + 1 = 1 \rightarrow 1 - \nu \sin^\nu(x) - \sin x = 0 \rightarrow \nu \sin^\nu(x) + \sin x - 1 = 0$$

$$\rightarrow \nu A^\nu + A - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - \nu(\nu)(-1) = \nu \rightarrow A = \frac{-1 \pm \sqrt{\nu}}{\nu}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} A_1 = \sin x = \frac{-1 - \sqrt{\nu}}{\nu} = -1 \text{ قابل قبول است} \rightarrow x_1 = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu}, x_\nu = \nu k\pi - \frac{\pi}{\nu} \\ A_\nu = \sin x = \frac{-1 + \sqrt{\nu}}{\nu} = +\frac{1}{\nu} \text{ قابل قبول است} \rightarrow x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, x_\nu = \nu k\pi + \frac{\delta\pi}{\nu} \end{matrix}$$

ج) $\cos x = \cos(\nu x)$

www.my-dars.ir

$$\nu x = \nu k\pi + x \rightarrow x = \nu k\pi, \quad k \in Z$$

$$\nu x = \nu k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} \nu x = \nu k\pi - x \rightarrow \nu x = \nu k\pi \rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu}, k \in Z \end{cases}$$

د) $\cos(\nu x) + \cos x = 0$

$$\cos(\nu x) = -\cos x \rightarrow \cos(\nu x) = \cos(\pi - x) \rightarrow \nu x = \nu k\pi \pm (\pi - x)$$

$$\begin{cases} \nu x = \nu k\pi + \pi - x \rightarrow \nu x = (\nu k + 1)\pi \rightarrow x = \frac{(\nu k + 1)\pi}{\nu}, k \in Z \\ \nu x = \nu k\pi - (\pi - x) \rightarrow \nu x = \nu k\pi - \pi \rightarrow x = \frac{(\nu k - 1)\pi}{\nu}, k \in Z \end{cases}$$

د) $\tan x - \tan \nu x = 0$

$$\tan \nu x = \tan x \rightarrow \nu x = k\pi \pm x$$

$$\begin{cases} \nu x = k\pi + x \rightarrow x = k\pi, k \in Z \\ \nu x = k\pi - x \rightarrow \nu x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{\nu}, k \in Z \end{cases}$$

ه) $\tan \frac{x}{\nu} = \tan \nu x$

$$\tan \nu x = \tan \frac{x}{\nu} \rightarrow \nu x = k\pi \pm \frac{x}{\nu}$$

$$\begin{cases} \nu x = k\pi + \frac{x}{\nu} \rightarrow \nu x - \frac{x}{\nu} = k\pi \rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu - 1}, k \in Z \\ \nu x = k\pi - \frac{x}{\nu} \rightarrow \nu x + \frac{x}{\nu} = k\pi \rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu + 1}, k \in Z \end{cases}$$

معادله های زیر را حل کنید و جواب های متعلق به بازه $[0, \nu\pi]$ را بدست آورید.

-۵

الف) $\cos(\nu x) + \nu \sin^{\nu} x = \nu$

$$1 - \nu \sin^{\nu} x + \nu \sin^{\nu} x = \nu \rightarrow \nu \sin^{\nu} x = 1 \rightarrow \sin^{\nu} x = \frac{1}{\nu} \rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{\nu}}{\nu}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{\pi}{\nu}, \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{5\pi}{\nu}, \frac{7\pi}{\nu} \end{cases}$$

www.my-dars.ir

ب) $\nu \sin^{\nu} x - \sqrt{\nu} \sin x = 0$

$$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi, k \in Z$$

$$\sin x (\nu \sin x - \sqrt{\nu}) = 0 \rightarrow \begin{cases} \nu \sin x - \sqrt{\nu} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{\pi}{\nu}, \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$